5.4. Аналіз та вдосконалення економіко-математичних моделей оптимізації витрат в електроенергетиці

1. Аналіз економіко-математичних моделей в електроенергетиці

Економіко-математична модель – це математичний опис економічного процесу чи явища з метою його дослідження та керування. Вона включає в себе систему рівнянь та нерівностей математичного опису економічних процесів і явищ, які складаються з набору змінних і параметрів [1−4].

Оптимізаційна модель дозволяє з декількох альтернативних варіантів вибрати найкращий варіант за будь-якою ознакою [1−5]. Математична модель оптимізаційної задачі містить цільову функцію, обмеження та граничні умови. Цільова функція виражає критерій оптимальності, у якості якого найчастіше приймається *економічний критерій*, що являє собою мінімум витрат (фінансових, енергетичних, сировинних, трудових) на реалізацію поставленої задачі. *В електроенергетиці* в залежності від умов задачі можуть прийматися і інші критерії оптимальності, а саме [1−8]: а) критерій надійності електропостачання; б) критерій якості електроенергії; в) критерій найменшої негативної дії на навколишнє середовище (екологічний критерій).

Оптимізаційну задачу можна сформулювати в загальному вигляді [3, 6, 8−11]: знайти змінні $x_1, x_2, ..., x_n$, що задовольняють системі нерівностей (рівнянь)

$$\varphi_i(x_1, x_2, x_3 \ldots, x_n) \le b_i,\ i = 1, 2,\ldots, m \tag{1}$$

і *звертають в максимум (або мінімум) цільову функцію, тобто*

$$Z = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) \to \max(\min). \tag{2}$$

(Умови невід'ємності змінних, якщо вони є, входять в обмеження (1)).

Розглянемо основні типи економіко-математичних моделей оптимізаційних задач в електроенергетиці.

Лінійні оптимізаційні задачі. Якщо критерій ефективності $Z = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ (2) являє собою лінійну функцію, а функції $\varphi_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ у системі обмежень (1) також лінійні, то така задача є задачею лінійного програмування (ЗЛП) [1−4, 6, 9]. Лінійна математична модель в загальному випадку має такий вигляд:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to extr, \tag{3}$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i & (i = 1,2,\ldots,k) \\ \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i & (i = k+1, k+2, \ldots, m) \end{cases}, \tag{4}$$

$$x_j \ge 0 \left(j = 1,2,\ldots,l; \quad l \le n \right). \tag{5}$$

ЗЛП формулюється таким чином: знайти екстремальне значення лінійної цільової функції (3) при обмеженнях (4), що задані у вигляді лінійних рівнянь або нерівностей, та умов невід’ємності змінних (5). ЗЛП можна розв’язати за допомогою графічного методу та симплекс-методу.

Транспортні задачі електроенергетики. Транспортна задача (ТЗ) − це задача відшукання таких шляхів перевезення продукту від пунктів виробництва до пунктів споживання, при яких загальна вартість перевезень виявляються мінімальною [1, 4−10, 12]. Математичний апарат ТЗ застосуємо й до задач електроенергетики. Тут під продуктом мається на увазі електрична потужність, що передається від джерел живлення до споживачів по лініях електропередачі. Джерелами живлення є електричні станції або підстанції, споживачами − промислові, міські, сільськогосподарські споживачі електроенергії. Оптимізації підлягають витрати на схему електричної мережі, що складається з ліній електропередачі, які пов'язують вузли джерел живлення з вузлами споживачів.

Витрати на електричну енергію дорівнюють сумі добутків питомих вартостей на величини потужностей, що передаються від джерел до споживачів. Тому цільова функція має вигляд:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \to \min. \tag{6}$$

Для кожного i-го джерела живлення сума потужностей, що відтікають по лініях до всіх j-х вузлів споживачів, дорівнює потужності A_i цього джерела

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = A_i, \tag{7}$$

Для кожного j-го споживача сума потужностей, що притікають по лініях від всіх i-х джерел, дорівнює потужності B_j цього споживача

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = B_j, \tag{8}$$

Всі потужності x_{ij}, що передаються від джерел до споживачів, є невід’ємними:

$$x_{ij} \ge 0, i = \overline{1,n}; \; j = \overline{1,m}. \tag{9}$$

Вирази (6) − (9) представляють собою математичну модель ТЗ. Для її розв'язання застосовують метод потенціалів.

Нелінійні оптимізаційні задачі. Якщо критерій ефективності (2) й (або) система обмежень (1) задаються нелінійними функціями, то маємо задачу нелінійного програмування [1−8]. Однієї з важливих оптимізаційних задач електроенергетики є *задача розподілу сумарної активної потужності споживачів енергосистеми між електричними станціями цієї системи* [5, 6]. Розглянемо цю задачу в загальному вигляді для найпростішого випадку, коли в енергосистемі є тільки теплові електростанції, що працюють на одному виді палива. В існуючій енергосистемі необхідно так розподілити активне навантаження між електростанціями, щоб витрати на вироблення електроенергії були б мінімальними. Основною складовою цих витрат є вартість палива. Тому в якості цільової функції, що мінімізується, приймемо сумарну витрату палива в енергосистемі. Припустимо, що в енергосистемі є n теплових електростанцій. Для агрегатів кожної електростанції відомі видаткові характеристики, тобто залежності витрат палива B від активної потужності P, що виробляється станцією. Ці видаткові характеристики мають нелінійний характер і такий загальний вигляд: $B_i\left(P_i\right), i=\overline{1,n}.$ Цільова функція буде являти собою суму таких нелінійних залежностей:

$$Z=\sum_{i=1}^{n}B_i\left(P_i\right)\to\min. \qquad (10)$$

В енергосистемі повинен дотримуватися баланс потужностей, відповідно до якого сума потужностей, що виробляється станціями, повинна дорівнювати сумарної потужності, що споживається:

$$\sum_{i=1}^{n}P_i=P_{\text{спож.}} \qquad (11)$$

Граничними умовами будуть невід'ємні значення потужностей електростанцій

$$P_{i.}\geq 0,\, i=1,\ldots,n. \qquad (12)$$

Співвідношення (10)–(12) являють собою математичну модель поставленої оптимізаційної задачі. Для її розв'язання застосовують метод Лагранжа.

Оптимізаційні задачі цілочислового програмування (ЗЦП). За змістом значної частини економічних задач, що відносяться до ЗЛП, компоненти розв'язку повинні виражатися в цілих числах, тобто бути цілочисловими [1−4, 6, 10]. Математична модель ЗЦП аналогічна лінійним та нелінійним моделям і містить цільову функцію, систему обмежень та граничні умови. Однак система обмежень у цих задачах доповнюється обмеженнями типу:

$$x_k \text{ – ціле, } k = 1, 2, \ldots, l, \tag{13}$$

де l – кількість цілочислових змінних, $l \leq n$;

n – загальна кількість змінних.

Для розв’язання ЗЦП використовують такі методи як метод Гоморі та метод гілок і меж.

а) двійкові змінні. Окремим випадком цілочислових задач є задачі, у яких шукані змінні можуть приймати не будь-які цілі значення, а тільки одне із двох: або 0, або 1. Такі змінні називаються двійковими або булевими [6].

Розповсюдженими задачами із двійковими змінними є задачі вибору оптимального рішення (варіанта) з певного числа заданих рішень (варіантів). Якщо варіант входить в оптимальне рішення, то двійкова змінна, що відповідає цьому варіанту, дорівнює 1. Якщо варіант не входить в оптимальне рішення, то відповідна двійкова змінна дорівнює 0. Наприклад, якщо лінія електропередачі входить в оптимальну електричну мережу, то двійкова змінна, що відповідає цій лінії, дорівнює 1: якщо лінія електропередачі не входить в оптимальну електричну мережу, то відповідна двійкова змінна дорівнює 0. На відміну від традиційних змінних x_i, двійкові змінні будемо позначати δ_i, де i = 1, 2, ... n. Застосування двійкових змінних дозволяє накладати на розв'язувану задачу цілий ряд логічних умов типу «якщо ..., то ...».

Якщо в оптимальне рішення повинен входити один із двох (i й j) варіантів, то сума змінних $\delta_i + \delta_j = 1$. Якщо в оптимальне рішення повинні входити й i-й, і j-й варіанти, то сума змінних $\delta_i + \delta_j = 2$. Якщо в оптимальне рішення може входити або не входити, кожний із двох (i й j) варіантів, то сума змінних $\delta_i + \delta_j \geq 0$. Якщо при вході (не вході) в оптимальне рішення i-го варіанта в це рішення повинен увійти (не ввійти) і j-й варіант, то $\delta_i = \delta_j$.

Аналогічні умови можна записати для трьох і більше варіантів. Якщо з n можливих варіантів в оптимальне рішення повинні входити тільки m варіантів ($m < n$), то $\delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_n = m$.

Очевидно, що кількість логічних умов типу «якщо ... , то ...» не обмежено.

б) дискретні змінні. У ряді практичних оптимізаційних задач заздалегідь відомий набір припустимих рішень, з яких потрібно вибрати оптимальне рішення [6]. Наприклад, компенсуючий пристрій, заданої потужності Q_k можна розмістити у вузлах 1, 2, ... n системи електропостачання. Потрібно вибрати оптимальний вузол розміщення пристрою відповідному обраному критерію. В ряді інших задач шукані змінні можуть приймати не будь-які, а тільки певні значення, з яких потрібно вибрати значення змінних, що відповідають оптимальному рішенню. Наприклад, у заданому вузлі системи електропостачання потрібно встановити компенсуючий пристрій, потужність якого може дорівнювати значенням Q_{k1}, Q_{k2}, … Q_{kn}. Із цього ряду потрібно вибрати оптимальне значення потужності пристрою, що компенсує, яке відповідає обраному критерію.

Зазначені задачі належать до задач вибору варіантів із числа заданих і розв’язуються методами дискретного програмування. У цих методах поряд із традиційними змінними використовуються двійкові змінні. Математична модель задач дискретного програмування аналогічна розглянутим вище моделям і містить цільову функцію, систему обмежень і граничні умови. Залежності між змінними в цільовій функції й системі обмежень можуть бути як лінійними, так і нелінійними. Значення дискретних змінних, що задаються, можуть бути будь-якими, у тому числі й цілочисловими.

Цільова функція містить у собі й дискретні $x_i, x_2,...,x_n$ і двійкові змінні $\delta_i, \delta_2,...,\delta_n$

$$Z(x_i, x_2,...,x_n, \delta_i, \delta_2,...,\delta_n) \to extr. \tag{14}$$

У систему обмежень входять і дискретні й двійкові змінні

$$\begin{cases} f_1(x_i, x_2,...,x_n, \delta_i, \delta_2,...,\delta_n, b_1) = 0, \\ f_2(x_i, x_2,...,x_n, \delta_i, \delta_2,...,\delta_n, b_2) = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_m(x_i, x_2,...,x_n, \delta_i, \delta_2,...,\delta_n, b_m) = 0. \end{cases} \tag{15}$$

До цієї системи додаються обмеження вигляду

$$\delta_1 + \delta_2 + ... + \delta_n = k, \tag{16}$$

де δ_i – двійкові, i = 1, 2, ... n.

Граничні умови, як такі, не записуємо, оскільки можливі значення дискретних змінних є заданими, а значення двійкових змінних можуть бути тільки 0 або 1.

Задачі динамічного програмування. Динамічне програмування – це особливий метод оптимізації, що призначений для операцій, в яких процес прийняття рішень може бути розбитий на окремі етапи (кроки) [1, 2, 7, 11−13]. Там операції називаються багатоетапними. Використання методу динамічного програмування доцільне до операцій, що мають дуже багато етапів розв'язування. Ідея динамічного програмування полягає в розбитті складної задачі на ряд простих з наступним розв'язуванням послідовності цих задач.

Для того, щоб збагнути, які саме задачі можна розглядати як багатоетапні, розглянемо задачу розвитку електричної мережі [13]. Сутність її полягає в тому, що для деякого регіону у відповідності до плану його розвитку вводяться в дію нові виробництва. Для подачі до них електроенергії розширюються діючі електричні мережі (наприклад, будуються нові лінії електропередач та трансформаторні підстанції). Відомі навантаження, що вводяться в дію на кожному році розвитку регіону, їх територіальне місцезнаходження. Потрібно побудувати електричні мережі таким чином, щоб сумарні витрати на це були мінімальними.

Якщо на першому році розвитку мережі прийняти рішення, якому відповідають мінімальні витрати, то на другому році розвитку це рішення може виявитися далеко не найкращим або навіть не допустимим. Іноді доцільно йти на додаткові витрати, які виявляться виправданими на наступних періодах розвитку мережі. Наприклад, передбачити можливість встановлення більш потужних трансформаторів, запроектувавши відповідні фундаменти, або будувати лінії електропередач в габаритах більш високої напруга і т.д. Тобто, в такій задачі слід передбачати деякі технічні рішення з врахуванням перспективи росту навантажень.

Розглянемо конкретну ситуацію, рис. 1, де 1 – підприємство, що вводиться в дію на першому етапі розвитку мережі (наприклад, на першому році проміжку часу, що розглядається): 2 – те саме, але на другому: А – вузол діючої електричної мережі (трансформаторна підстанція), до якого можна здійснити підключення.

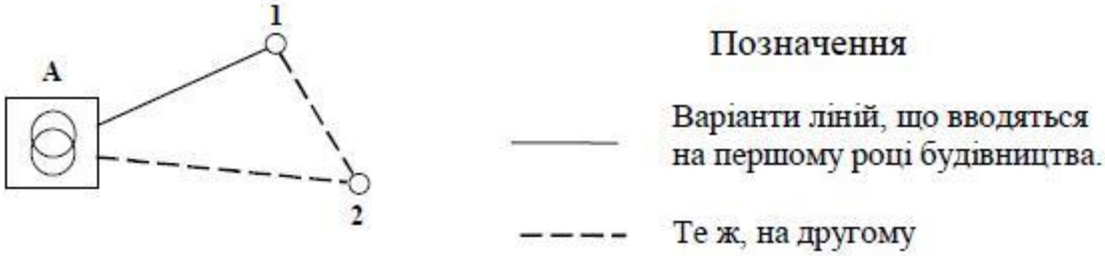

Рис. 1. Можливі варіанти розвитку електричної мережі

В детальному вигляді задача, до вирішення якої можна застосувати метод динамічного програмування, полягає в тому, що:

- дана система (обмежена множина взаємопов'язаних елементів), стан якої характеризується вектором параметрів стану – W;

- її необхідно перевести з вихідного стану U_0, який характеризується вектором W_0, в кінцевий U_n, що характеризується вектором W_n;

- процес переходу можна розбити на послідовність n етапів, а стан системи за результатами кожного етапу позначимо як U_1, U_2, …, U_n;

- перехід системи з одного стану в інший відбувається внаслідок реалізації відповідних рішень X_1, X_2,..., X_n, де X_1, X_2,..., X_n − вектор змінних, відповідно, першого, другого та n-го етапів розв'язування задачі;

- реалізація вектора рішень X_1 переводить систему із стану U_0 в стан U_1, вектора X_2 – із стану U_1 в стан U_2 і т.д.;

- в цілому переведення системи із стану U_0 в стан U_n відбувається в результаті реалізації вектора рішень:

$$X^T = (X_1 \; X_2 \; \ldots X_n).$$

В задачах динамічного програмування вважають, що стан системи в кінці i-го етапу залежить лише від стану системи для (i–1)-го етапу, який характеризується вектором W_{i-1} та вектора X_i. Така властивість системи називається *відсутністю післядії*.

Змінюючи значення компонент вектора X, можна отримати ефективність процесу переходу із стану U_0 в стан U_n, яка повинна бути кількісним показником – $f(W_0, X)$, що бажано максимізувати чи мінімізувати. Показник ефективності i-го етапу, що залежить від W_{i-1} та вектора X_i, що вибраний на даному етапі, позначимо як $f_i(W_{i-1}, X_i)$. В задачі динамічного програмування залежність $f(W_0, X)$ може бути *адитивною*, тобто

$$f(W_0, X) = \sum_{i=1}^{n} f_i(W_{i-1}, X_i). \quad (17)$$

Схематично задача динамічного програмування зображена на рис. 2.

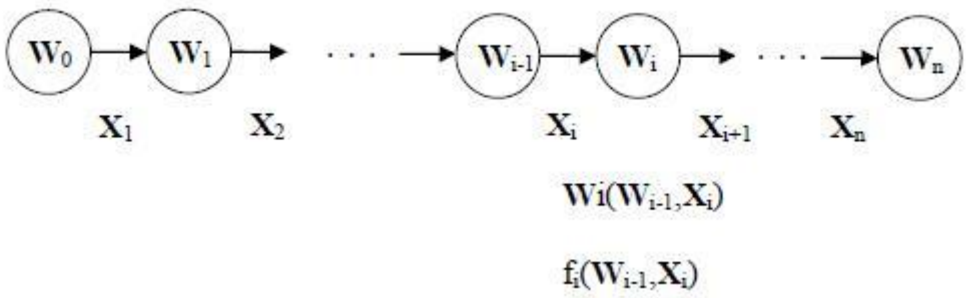

Рис. 2. Схематичне зображення процесу для методу динамічного програмування

Задачу динамічного програмування можна сформулювати таким чином: *визначити сукупність допустимих рішень – X_1, X_2,..., X_n, що переводять систему з початкового стану U_0 в кінцевий U_n, мінімізуючи (максимізуючи) показник ефективності f.*

Оптимізаційні задачі при випадковій вихідній інформації. Досить часто вихідна інформація або її частина являють собою випадкові величини або випадкові функції [4–8, 12]. Зокрема, потужності навантажень в системі електропостачання, що проектується, можна вважати випадковими величинами, а зміни в часі напруг у вузлах існуючої системи електропостачання – випадковими функціями. Для розв’язання оптимізаційних задач при випадковій вихідній інформації використовують *методи стохастичного програмування*.

Якщо коефіцієнти c_i цільової функції є випадковими величинами, то шукають екстремальне значення математичного очікування цільової функції:

$$M[Z] \to extr. \tag{18}$$

Якщо коефіцієнти системи обмежень є випадковими величинами, то для кожного j-го обмеження задається значення ймовірності $P_{зад\,j}$, з яким повинно виконуватися це обмеження. Імовірність виконання кожного j-го обмеження повинна бути не менше заданої:

$$P\left(a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \ldots + a_{jn}x_n \le b_j\right) \ge P_{зад\,j},\ j = \overline{1,m}. \tag{19}$$

Граничні умови в практичних оптимізаційних задачах, як правило, не містять випадкових величин і записуються без змін:

$$d_i \le x_i \le D_i,\ i = \overline{1,n}. \tag{20}$$

Детермінований еквівалент стохастичної задачі

Стохастичні задачі, математичні моделі яких представлені у вигляді (18)–(20), безпосередньо розв’язані бути не можуть. Як правило, задачі з випадковою вихідною інформацією зводять до їхнього детермінованого еквівалента. Для цього випадкові величини заміняються їхніми характеристиками (математичним очікуванням, стандартним відхиленням) і вважається, що випадкова величина має нормальний закон розподілу.

Якщо випадковими величинами є коефіцієнти c_i цільової функції, ці коефіцієнти заміняються їхніми математичними очікуваннями. У результаті такої заміни одержимо детермінований еквівалент цільової функції

$$M[Z] = M[c_1]x_1 + M[c_2]x_2 + \ldots + M[c_n]x_n \to extr. \tag{21}$$

Для кожного j-го обмеження задається ймовірність $P_{зад\,j}$, з якою повинно виконуватися це обмеження. За значенням $P_{зад\,j}$ знаходиться значення стандартної випадкової величини η. З урахуванням співвідношення $s = M[s] + \eta\sigma[s]$ здійснюється перехід від стандартної випадкової величини η до випадкових величин оптимізаційної задачі a_{ij} і b_j.

Якщо випадковою величиною є коефіцієнти b_j, то детермінований еквівалент j-го обмеження буде мати вигляд

$$a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \ldots + a_{jn}x_n \le M\left[b_j\right] + \mu\sigma\left[b_j\right],\ j = \overline{1,m}. \tag{22}$$

Якщо випадковою величиною є коефіцієнти a_{ij}, то детермінований еквівалент j-го обмеження буде мати вигляд

$$M\left[a_{j1}\right]x_1 + M\left[a_{j2}\right]x_2 + \ldots + M\left[a_{jn}\right]x_n + \eta\left(\sigma\left[a_{j1}\right]x_1 + \sigma\left[a_{j2}\right]x_2 + \ldots + \sigma\left[a_{jn}\right]x_n\right) \le b_j,\ j = \overline{1,m}. \tag{23}$$

Граничні умови залишаються без зміни у вигляді

$$d_i \le x_i \le D_i,\ i = \overline{1,n}.$$

Таким чином, математична модель стохастичної задачі зводиться до детермінованого еквівалента (21)−(23).

Слід зазначити, що в основній масі стохастичних задач далеко не всі коефіцієнти $c_i, a_{ji}, b_j\ \left(i = \overline{1,n};\ j = \overline{1,m}\right)$ можуть бути випадковими величинами. Часто такими величинами можуть бути один або кілька коефіцієнтів.

Оптимізаційні задачі при недетермінованій вихідній інформації

У реальних оптимізаційних задачах часто доводиться шукати розв’язок в умовах невизначеності. Основною причиною невизначеності є недолік вихідної інформації. В електроенергетиці прикладом невизначеної (недетермінованої) інформації може служити перспективне зростання потужностей в електроенергетичній системі, що розвивається.

Для розв’язання оптимізаційних задач із недетермінованою інформацією методи математичного програмування не придатні. Тут використовується обчислювальний апарат теорії ігор [1, 2, 5, 6, 12].

Відповідно до цієї теорії оптимізаційна задача подається грою двох гравців. Перший гравець – людина, що приймає рішення. У наведеному прикладі людина повинен ухвалити рішення щодо розташування в енергосистемі нових електростанцій, будівництва ліній електропередачі й підстанцій. Людина – розумний гравець. Його стратегія – максимальний виграш або мінімальний програш. Іншими словами – людина мінімізує витрати.

Другий гравець – енергосистема, а точніше перспективні потужності споживачів енергії. Як буде розвиватися енергосистема, які будуть потужності споживачів у перспективі – однозначно невідомо. Стратегія енергосистеми – випадкова. Вона не прагне до максимального виграшу. Отже, енергосистему не можна вважати розумним гравцем.

При розв’язанні оптимізаційної задачі складається платіжна матриця, що являє собою таблицю витрат у грі двох гравців. Рядки матриці відповідають рішенням (ходам), які може прийняти перший гравець. Стовпці – ходам, які може зробити другий гравець.

Процес розробки платіжної матриці досить складний і у кожному конкретному випадку може бути різним. Припустимо, що платіжна матриця складена. Є набір ходів людини, які позначимо як $x_i, x_2,...,x_n$. Є набір ходів енергосистеми $y_i, y_2,...,y_m$. Якщо людина вибере хід x_i, а система відповість ходом y_j, то витрати при такому розкладі складуть z_{ij}. Оптимальне рішення вибирається в результаті аналізу платіжної матриці.

2. Удосконалення економіко-математичних моделей оптимізації витрат в електроенергетиці

В роботі О. Білоцерківського, О. Замули [14] пропонується в ЗЛП (3)−(5) врахувати інші типові умови та відповідні їм обмеження:

а) викид в атмосферу шкідливих речовин кожного j-го виду $\left(j=\overline{1,m}\right)$ не повинен перевищувати заданої межі H_j. Знаючи об'єм шкідливих речовин h_{ij} кожного j-го виду, що виробляє i-й вид енергетичного ресурсу, запишемо групу обмежень:

$$\sum_{i=1}^{n} h_{ij} x_i \le H_j, \left(j=\overline{1,m}\right); \tag{24}$$

б) кількість енергоресурсу i-го виду повинно бути не менше L_i і не більше U_i, що може бути викликане продуктивністю теплоенергетичного устаткування, можливостями постачальників, пропускною спроможністю каналів доставки, підтримкою власного виробника, обмеженням ввізної сировини і тому подібне. Якщо ці межі для i-го енергоресурсу задані, то відповідні обмеження мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} x_i &\ge L_i, \\ x_i &\le U_i; \end{aligned} \tag{25}$$

в) кількість виробленої електроенергії і/або тепла для забезпечення потреб населення і промисловості має бути не менше деякої наперед заданої величини B, при цьому відоме b_i – кількість електроенергії (тепла), що виробляється, одиницею кожного i-го виду енергоресурсу. Відповідне цій умові обмеження має наступний вигляд:

$$\sum_{i=1}^{n} b_i x_i \ge B; \tag{26}$$

г) електроенергія (тепло) може вироблятися тільки в такій кількості, яку дозволяють продуктивні потужності наявного енергетичного устаткування в кількості t одиниць.

Позначимо t_{ij} – кількість часу, за яке j-е устаткування (j=1..T) переробляє одиницю i-го виду ресурсу, а робочий час j-го устаткування за вказаний у задачі період часу позначимо T_j.

Вважаємо, що введення декількох змінних для одного і того ж ресурсу обумовлено його переробкою на різному устаткуванні. Якщо ресурс, який відповідає змінній x_i, не переробляється на j-му устаткуванні, тоді t_{ij}=0. Відповідне цій умові обмеження матиме наступний вигляд:

$$\sum_{i=1}^{n} t_{ij} x_i \le T_j, \left(j = \overline{1,T}\right); \tag{27}$$

д) якщо в пункті г) деякі одиниці устаткування тільки плануються до введення в експлуатацію і при цьому відомі всі їх робочі характеристики, або планується використання тільки частини устаткування в кількості не більш за t одиниці $(t \le T)$, тоді обмеження (27) перетвориться в обмеження наступного вигляду [15]:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} t_{ij} x_i \le T_j + M\left(1 - y_j\right)\left(1 - \alpha_j\right), \ \left(j = \overline{1,T}\right); \\ &\sum_{j=1}^{T} y_j \le t, \end{aligned} \tag{28}$$

де M – дуже велике невід’ємне число;

y_j – двійкові змінні, що набувають значення 0, коли j-е устаткування не приймає участь у виробленні енергії, і 1, коли j-е устаткування приймає участь у виробленні енергії;

α_j – коефіцієнт, що вказує на необхідність використання j-го устаткування: при $\alpha_j = 1$ і тоді y_j=1, і $\alpha_j \ne 1$ в решті випадків;

ж) для дотримання необхідного балансу між деякими енергетичними ресурсами, наприклад, тими що імпортуються і власними, твердим паливом і рештою видів, що мають різні способи транспортування і тому подібне, відповідне обмеження може бути записане так:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} q_i x_i} \le r_k \ \left(k = \overline{1,s}\right), \tag{29}$$

де p_i, q_i – коефіцієнти, що набувають значення 0 або значення коефіцієнта перерахунку в умовні паливні одиниці, залежно від того, чи входять відповідні змінні в чисельник або знаменник співвідношення;

r_k – величина співвідношення між групами енергоресурсів;

s – кількість різних співвідношень між групами енергоресурсів.

Таким чином, математична модель задачі складається з цільової функції (3) і системи обмежень (4), (5), (24)−(29), яка при необхідності може бути доповнена.

Список джерел

1.Удосконалення економічної оцінки енергозаощадження: монографія / О.М. Гаврись, О.Б. Білоцерківський, О.О. Замула та ін. – Х.: «Цифрова типографія №1», 2012. – 175 с.

2.Білоцерківський О.Б. Економіко-математичне моделювання: текст лекцій / О.Б. Білоцерківський, Н.В. Ширяєва, О.О. Замула. – Х.: НТУ «ХПІ», 2010. – 108 с.

3.Білоцерківський О.Б. Використання економіко-математичного моделювання в електроенергетиці України // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". – Харків: НТУ "ХПІ".– 2011. – № 61. – С. 8-12.

4.Білоцерківський О.Б. Аналіз економіко-математичних моделей оптимізації витрат в електроенергетиці // Збірник тез наукових робіт Міжнар. наук.-практ. конф. «Стратегія подолання економічної кризи: сутність та практичне застосування», 24-25 серпня 2012 р. – Одеса: ЦЕДР, 2012. – С. 53-56.

5.Білоцерківський О.Б. Використання економіко-математичного моделювання для оптимізації витрат в електроенергетиці // Матеріали Міжнар. наук.-практ. конф. «Проблеми забезпечення сталої економіки в країні», 21-22 вересня 2012 р. – Дніпропетровськ: Наукова економічна організація «Перспектива», 2012. – с. 53-55.

6.Костин В.Н. Оптимизационные задачи электроэнергетики: учеб. пособие. – СПб.: СЗТУ, 2003. – 120 с.

7.Перхач В.С. Математичні задачі електроенергетики. – Львів: Вища школа, 1989. – 464 с.

8.Туркин Д.Г. Математические задачи энергетики: учеб. пособие. – Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2007. − 96 с.

9.Исследование операций в экономике: учеб. Пособие для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ, 2006. – 407 с.

10.Электрические системы. Кибернетика электрических систем. Учеб. пособие для электроэнерг. вузов / Под ред. В.А. Веникова. – М.: Высшая школа, 1974. – 328 с.

11.Даценко В.А. Математическое моделирование в системах электроснабжения: учеб. пособие / В.А. Даценко, В.Т. Гетманов. – Томск: Том. политех. ун-т, 2005. – 120 с.

12.Математичне моделювання та оптимізація систем електроспоживання у сільському господарстві: Навч. посібник / Г.Б. Іноземцев, В.В. Козирський; За ред. Г.Б. Іноземцева. – К.: Видавничий центр НУБіП України, 2010 – 140 с.

13.Милосердов В.О. Алгоритмізація оптимізаційних задач енергетики. Навч. посіб. / В.О. Милосердов, Л.Б. Терешкевич. – Вінниця: ВНТУ, 2004. – 122 с.

14.Белоцерковский А.Б., Замула А.А. Применение линейного программирования для решения оптимизационных задач в электроэнергетике Украины // Сборник трудов XXV Междунар. науч. конф. «Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-25»: в 10 т. Т. 1. Секции 1, 2 / под общ. ред. А.А. Большакова. – Волгоград: ВГТУ, 2012; Х.: НТУ «ХПИ», 2012. – С. 101-104.

15.Hillier F.S., Lieberman G.J. Introduction to operations research. – McGraw-Hill. 7th Ed., 2001. – 1214 p.